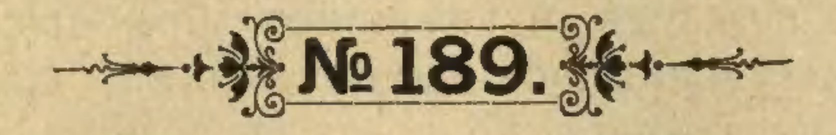
XVI Сем. 5-го апрѣля 1894 г. № 9.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



ВВЕДЕНІЕ
въ
МЕТОДИКУ ФИЗИКИ.

(*Продолженіе**)

Изъ сказаннаго вытекаетъ, что курсъ перваго періода соотвѣтствуетъ *пропедевтикѣ* физики. Мнѣ случалось слышать не разъ, что введеніе подобнаго курса для физики составляло бы реформу нежелательную, потому что пропедевтика, доставляя поверхностное знакомство съ наукой, притупляетъ въ ученикѣ интересъ къ подробностямъ и дѣлаетъ его недостаточно внимательнымъ въ высшихъ классахъ. Такое замѣчаніе было бы основательно, если бы пропедевтика, какъ это иногда думаютъ, представляла „сокращенное“ изложеніе всей физики, или если бы курсъ второго періода былъ осужденъ представлять распространенное изложеніе пропедевтики. Напр., если въ пропедевтическомъ курсѣ показать опыты съ одной лейденской банкой, а въ слѣдующемъ классѣ—съ шестью банками, то послѣдній опытъ дѣйствительно не представлялъ бы захватывающаго интереса. Ученикъ имѣлъ бы право подумать: „о! я это уже знаю“. Но такое отношеніе низшаго курса къ

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 172, 175, 181 и 186.

высшему ничѣмъ не мотивируется и не подходитъ подъ ту точку отправленія, которую мы намѣтили выше.

Характеръ второго періода изложенія физики совсѣмъ иного рода. Отъ пропедевтики второй періодъ отличается не большею подробностью изложенія, а выборомъ такихъ свѣдѣній, для воспринятія которыхъ требуется преимущественно воображеніе. Въ отличіе отъ памяти, пассивно подчиняющейся внѣшнимъ впѣчатлѣніямъ, воображеніе обладаетъ активностью. Умъ не удовлетворяется сложною реальностью, но требуетъ для себя работы въ видѣ созданія *упрощенныхъ* представленій о внѣшнемъ мірѣ. На всѣхъ ступеняхъ умственнаго развитія, какъ племенного, такъ и индивидуальнаго, человѣкъ стремится удовлетворить этой потребности и создаетъ о внѣшнемъ мірѣ представленія, хотя и фиктивныя, не тождественныя съ тѣми слѣдами, которыя оставляютъ въ мозгу внѣшнія впечатлѣнія, но простыя, облегчающія работу мысли. Обязанность дидактики — воспользоваться этой естественной наклонностью ума ученика, дать ей разумное направленіе и сдѣлать продукты ея воображенія орудіемъ для изученія реальности. Эта существенно новая задача опредѣляетъ дисциплину второго періода изученія физики.

Не смотря на разнообразіе упрощенныхъ представленій о внѣшнемъ мірѣ, выработанныхъ жизнью и наукой, ихъ можно подвести подъ двѣ главныя формы: *абстракція* или отвлеченіе и *образъ* или уподобленіе. Когда предметъ, подлежащій изученію, весьма сложенъ, то съ цѣлью упростить его изслѣдованіе мы отвлекаемся отъ нѣкоторыхъ или даже отъ всѣхъ его особенностей или деталей, за исключеніемъ той, которую считаемъ существенною. Вмѣсто дѣйствительнаго предмета, получаемъ абстракцію. Таково происхожденіе точекъ прикрѣпленія силы, невѣсомыхъ рычаговъ, несжимаемыхъ жидкостей, абсолютныхъ газовъ, прямолинейныхъ лучей свѣта и теплоты, свободныхъ тѣлъ, абсолютныхъ проводниковъ или изоляторовъ и т. д. Все это — продуктъ нашего воображенія, и въ природѣ не существуетъ. Но все это существуетъ въ физикѣ, какъ основа для построенія формальныхъ ученій или *теорій* и, раньше или позже, должно быть сообщено ученику. Было бы несообразно не только съ дидактикой, но и съ требованіями элементарной логики начинать физику съ абстракцій, включать послѣднія въ пропедевтическій курсъ. Абстракція не есть нѣчто простое само по себѣ, первоначальное, а упрощенная конкретность. Къ абстракціи умъ приходитъ только послѣ долгихъ усилій и размышленій надъ сложной конкретностью. Изученіе абстрактнаго должно слѣдовать за прочнымъ усвоеніемъ конкретнаго, и потому ему мѣсто только во второмъ періодѣ обученія. Таковъ порядокъ, принятый въ ариѳметикѣ, и давно пора ввести его въ физику.

Вторая форма упрощеннаго представленія есть *образъ*. Цѣль созданія образа — замѣна предмета, трудно поддающагося воображенію, другимъ предметомъ, легко воображаемымъ и имѣющимъ съ первымъ формальное сходство. По сущности, образъ можетъ отличаться отъ прототипа на столько же, на сколько портретъ отличается отъ живого оригинала. Но если внѣшніе, формальные признаки образа и прототипа тожественны, то все изслѣдованіе реальнаго предмета можетъ быть повторено, съ неизмѣримо-бо́льшимъ удобствомъ, надъ его образомъ.

Такое изслѣдованіе называется *теоретическимъ*, а положенія, выражающія результатъ изслѣдованія -- *теоремами*. Таково происхожденіе параллелограмма силъ, силовыхъ линій и потоковъ, поверхностей уровня, электрическихъ и магнитныхъ жидкостей, амперовыхъ токовъ и т. д., а также всѣхъ къ нимъ относящихся теоремъ.

Введеніе въ физику преднамѣренно-упрощенныхъ понятій и геометрическихъ образовъ позволяетъ привлечь математику къ теоретическому разрѣшенію сложныхъ физическихъ вопросовъ. А это обстоятельство подчиняетъ изложеніе физики во второмъ періодѣ совершенно новой дисциплинѣ. Новая дисциплина требуетъ иной методы. Эвристическій способъ изложенія становится здѣсь совершенно непригоднымъ. Созданіе чистой абстракціи или удачнаго образа для понятія физическаго есть продуктъ многовѣковой работы нѣсколькихъ поколѣній. Ученику не подъ-силу конкурировать собственнымъ умомъ съ гигантами мысли, создавшими математическіе пріемы изслѣдованія природы. Иниціатива его собственной мысли окажется безплодной въ этомъ направленіи. Единственный путь преподаванія теоретической части физики— это изложеніе готоваго матеріала въ строго логической формѣ, какъ онъ выработанъ и завѣщанъ намъ геніемъ науки. Отсюда естественно вытекаетъ правило:

Во второмъ періодѣ изложенія физики годится метода только догматическая.

Съ этого момента трудъ преподавателя существенно облегчается. Почти всѣ существующіе учебники физики составлены въ догматическомъ стилѣ, и между ними не мало такихъ, которые, по крайней мѣрѣ въ отдѣльныхъ главахъ, могутъ быть приняты за образецъ изложенія. Тѣмъ не менѣе, преподаватель долженъ дополнить изложеніе тѣмъ, чего въ учебникахъ большею частью недостаетъ. Именно, онъ долженъ съ особеннымъ натискомъ оттѣнить значеніе абстракціи и образа, какъ искусственныхъ пріемовъ, не имѣющихъ эквивалента въ природѣ. Ученикъ долженъ проникнуться различіемъ между физическимъ закономъ и математической теоремой, между принципомъ и геометрическимъ построеніемъ. Въ умѣ его не должно оставлять мѣста мысли, что электричество, напр., *есть* невѣсомая жидкость, а непроницаемость *есть* общее свойство матеріи. Въ особенности же слѣдуетъ избѣгать *моделизаціи* образовъ, т. е. механическаго ихъ *воспроизведенія*. Послѣдній пріемъ весьма симпатиченъ нѣкоторымъ преподавателямъ, въ силу будто бы „наглядности" доказательствъ. Какъ примѣръ, приведу механизмы изъ линеекъ и шарнировъ, придуманные для законовъ отраженія и преломленія свѣта, или же подобные механизмы для параллелограмма силъ. Роль модели въ преподаваніи совсѣмъ иная. Модель, какъ предметъ реальный, предназначается для укрѣпленія въ памяти конкретныхъ представленій. Въ такой роли, модель должна представлять возможно точное подобіе прототипу по общему расположенію и по внутреннему смыслу своихъ частей. По отношенію къ ходу лучей свѣта, подходящею моделью служатъ тѣ дѣйствительные лучи, которые прокладываются на экранѣ наклонно (по способу Розенберга). Но линейки и шарниры ничего общаго съ лучами свѣта не имѣютъ. Послѣдніе отражаются и преломляются вовсе не потому, что состоятъ изъ твердыхъ линеекъ, скрѣплен-

ныхъ шарнирами. Такимъ же образомъ, три силы, дѣйствующія на одну точку, уравновѣшиваются другъ другомъ вовсе не потому, что онѣ приложены къ линейчатому четыреугольнику. Такія модели, ничего не доказывая, порождаютъ невѣрное представленіе о реальной сторонѣ явленія и неумѣстны даже и въ пропедевтическомъ курсѣ. Но въ теоретическомъ курсѣ онѣ вдвойнѣ нежелательны, такъ какъ упраздняютъ смыслъ той задачи, которая преслѣдуется въ этомъ курсѣ. Главная цѣль преподавателя во второмъ періодѣ изложенія физики—развить воображеніе ученика, пріучить его къ свободному обращенію съ абстракціями и óбразами, даже въ отсутствіи всякихъ конкретныхъ стимуловъ мысли. Конечно, не напряженнымъ созерцаніемъ модели, поставленной передъ глазами, можно достигнуть указанной цѣли.

Съ другой стороны не слѣдуетъ думать, что при изложеніи теоретической части физики можно ограничиться исключительно умозрѣніемъ. Абстракція и образъ, взятые отдѣльно, не имѣли бы мѣста въ физикѣ, а входятъ въ нее только потому, что служатъ орудіями познаванія природы. Задача преподавателя выяснить эту роль абстракціи и образа, показать ихъ полезность, продуктивность. Онъ долженъ показать *на опытѣ* реальность тѣхъ заключеній или теоремъ, которыя вытекаютъ изъ формальныхъ построеній. Опытъ и во второмъ періодѣ составляетъ необходимую принадлежность преподаванія. Но здѣсь онъ является въ роли существенно новой, а потому и форма его должна быть иная, совсѣмъ не та, что въ курсѣ пропедевтическомъ.

Уясню сказанное на частномъ случаѣ, — ученіи о силахъ. Въ курсѣ пропедевтическомъ ученикъ знакомится, при помощи опытовъ, съ различными видами силы (силой тяжести, упругости, инерціи, давленія, сцѣпленія, тренія, прилипанія, силой электрической, магнитной) и съ тѣми эфектами, которые свойствены каждому виду силы. Все это—знанія пріобрѣтаемыя субъективно, конкретныя, все это, такъ сказать, открытія, дѣлаемыя ученикомъ въ самый моментъ наблюденія. Во второмъ періодѣ устанавливается принципъ независимости силъ другъ отъ друга и составляется абстрактное представленіе о *силѣ просто*, безъ всякаго физическаго эпитета, и о тѣлѣ, какъ *точкѣ* приложенія силы. Эта абстракція запечатлѣвается въ умѣ при помощи геометрическаго образа, такъ называемаго *вектора*, - прямой линіи, идущей отъ точки приложенія силы и имѣющей данную длину и опредѣленное направленіе. Прилагая принципъ независимости силы къ этому образу, мы выводимъ *теорему* (а не доказываемъ законъ) параллелограмма силъ. Наконецъ, при помощи опыта подкрѣпляемъ убѣжденіе, что теоретическое рѣшеніе вопроса согласно съ дѣйствительнымъ результатомъ. Само собой разумѣется, что опытъ будетъ убѣдителенъ только тогда, если въ приборѣ возможно сохранены тѣ условія, которыя положены въ основаніе теоремы, а именно, возможная свобода точки прикрѣпленія силъ и ихъ независимость другъ отъ друга.

Наконецъ, въ третьемъ періодѣ изложенія физики преподаватель долженъ привлечь къ дѣятельности высшую умственную способность ученика—соображеніе. Толчкомъ для развитія этой способности служитъ присущій человѣку утилитаризмъ, т. е. стремленіе извлечь изъ своихъ

познаній практическую выгоду или нравственное удовлетвореніе. Таково происхожденіе паровыхъ машинъ, динамомашинъ, телеграфовъ, телефоновъ, телескоповъ, физическихъ инструментовъ, искусства фотографіи и гальванопластики и проч. Все это объекты не имѣющіе въ природѣ ни эквивалентовъ, ни аналоговъ, продукты соображенія, приспособленные къ потребностямъ человѣка. Поэтому изученіе ихъ не подлежитъ ни исключительно эвристическому методу, ни догматическому. Разбрасываніе всѣхъ этихъ объектовъ знанія по всему курсу физики не соотвѣтствуетъ духу ни перваго ни второго періода и нарушаетъ гармонію въ ихъ изложеніи. Но съ другой стороны, будучи сконцентрированы въ третьемъ періодѣ и въ томъ объемѣ, какой допускается временемъ, всѣ эти предметы обученія могутъ послужить могущественнымъ орудіемъ какъ для развитія въ ученикѣ способности соображенія, такъ и для упроченія тѣхъ познаній по физикѣ, которыя пріобрѣтены въ предыдущіе два періода. Способъ изложенія, наиболѣе подходящій къ этому послѣднему періоду, долженъ состоять въ сообщеніи ученику тѣхъ научныхъ данныхъ, которыя логически привели (или вѣроятно привели) изобрѣтателей къ соотвѣтственнымъ изобрѣтеніямъ. Это и будетъ примѣненіе методы *исторической*, примѣненіе въ данномъ случаѣ своевременное, такъ какъ ученикъ достаточно подготовленъ къ тому, чтобы сознательно отнестись къ историческому ходу изобрѣтенія.

Проф. *Ѳ. Шведовъ.*

(Продолженіе слѣдуетъ).

ОЧЕРКЪ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОБАЧЕВСКАГО.

(Продолженіе).*

IV. Теорія параллельныхъ линій.

Приступая къ изложенію геометріи Лобачевскаго, мы не считаемъ необходимымъ слѣдить шагъ за шагомъ за его трактатомъ. Пятидесятилѣтіе, истекшее послѣ его смерти, принесло съ собой широкое развитіе его идей и обработку самой системы. Работы Beltrami, Frischauf'a, Killing'a**) значительно упростили разсужденія Лобачевскаго. Не прини-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 174, 178, 179, 183, 187 и 188.

**) *Beltrami*: „Saggio di Interpretazione della Geometria non-Euclidea“. Giornale di Mathematiche VI. 1868.

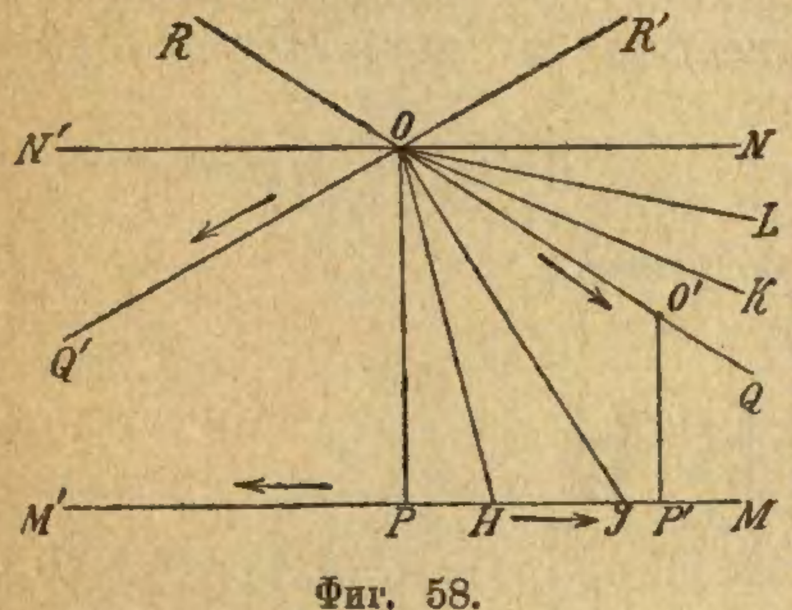
Frischauf. „Absolute Geometrie nach J. Bolyai“. Leipzig. 1872.
— „Einführung in die absolute Geometrie“. Leipzig. 1876.

Killing. „Die nichteuclidischen Raumformen“. Leipzig. 1885.
Этой книги мы, къ сожалѣнію, не имѣли возможности видѣть.
— „Einführung in die Grundlagen der Geometrie“. Paderborn. 1893.
Прекрасно обработанное новое сочиненіе, которое мы позволимъ себѣ рекомендовать вниманію читателей.

сывая нашему геометру тѣхъ идей, которыя принадлежатъ его послѣдователямъ, мы позволимъ себѣ однако представить вниманію читателя нашу собственную обработку матеріала, на которой не могли, конечно, не отразиться произведенія, указанныя нами въ примѣчаніи. Тѣ доказательства, которыя мы заимствуемъ непосредственно у Лобачевскаго, будутъ указаны.

Положимъ, что мы имѣемъ прямую M′M (фиг. 58) и точку O внѣ ея. Изъ этой точки опустимъ перпендикуляръ OP на прямую. Всѣ прямыя, проходящія чрезъ точку O, дѣлятся по отношенію къ прямой M′M на двѣ группы: прямыя первой группы встрѣчаютъ линію M′M, прямыя второй группы — ея не встрѣчаютъ. (Лобачевскій называетъ первыя прямыя *сводными*, вторыя *разводными*). Въ этой группировкѣ прямыхъ не заключается ничего гипотетическаго: перпендикуляръ N′N не встрѣчаетъ линіи M′M; вопросъ заключается только въ томъ, сводится ли группа невстрѣчающихъ прямыхъ къ одной этой прямой, или она заключаетъ еще другія прямыя. Первое допущеніе служитъ основаніемъ геометріи Евклида. Мы обратимся ко второму допущенію, изъ котораго исходитъ Лобачевскій.

Замѣтимъ прежде всего, что прямыя, образующія съ перпендикуляромъ, скажемъ, съ правой стороны тупой уголъ, не могутъ встрѣтить прямой M′M съ этой стороны, ибо при такихъ условіяхъ составился бы треугольникъ, въ которомъ сумма угловъ была бы больше π. Далѣе, если прямая OJ встрѣчаетъ линію M′M, то всякая прямая OH, образующая съ перпендикуляромъ меньшій уголъ POH, входя въ треугольникъ POJ, должна изъ него выйти; при этомъ она пересѣчетъ прямую PJ, такъ какъ не имѣетъ возможности встрѣтить еще разъ другія стороны треугольника *). Наоборотъ, если прямая OK не встрѣчаетъ прямой M′M, то всякая прямая OL, проходящая между прямыми OK и ON, также не встрѣчаетъ линіи M′M: въ самомъ дѣлѣ, пересѣченіе прямыхъ OL и M′M должно было бы произойти неизбѣжно (на нашемъ чертежѣ) на право отъ OP, со стороны остраго угла POL; а для этого прямая OL должна была бы перейти при достаточномъ продолженіи въ сторону OL на другую сторону прямой OK, т. е. встрѣтить ее во второй разъ. Изъ всего сказаннаго слѣдуетъ, что между прямыми OJ и OK проходитъ нѣкоторая прямая OQ, отдѣляющая лучи (прямыя), которыя пересѣкаютъ прямую M′M, отъ тѣхъ лучей, которые ея не пересѣкаютъ**). Легко ви-



Фиг. 58.

*) Мы обращали вниманіе читателя въ первой главѣ (см. „Вѣстникъ“ № 178 стр. 218) на то обстоятельство, что „Начала“ Евклида безмолвно подразумѣваютъ постулатъ, согласно которому непрерывная линія, имѣющая одну точку внутри, а другую внѣ замкнутаго контура, пересѣкаетъ периферію между этими точками. Лобачевскій, слѣдовательно, не вводитъ новаго постулата, опираясь на это положеніе.

**) Существованіе такой прямой вытекаетъ изъ идеи непрерывности плоскости и можетъ быть строго доказано, если опредѣлить непрерывность такъ, какъ это дѣлаетъ

дѣть, что эта прямая OQ не пересѣкаетъ M'M. Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что эта прямая встрѣчаетъ M'M въ какой нибудь точкѣ X. Возьмемъ точку У на прямой M'M, лежащую за X, и соединимъ ее съ O; мы получимъ прямую OУ, проходящую между OQ и ON и встрѣчающую M'M. Прямая OQ не производитъ, слѣдовательно, требуемаго раздѣленія лучей.

Если повернемъ всю фигуру вокругъ OP, то лучъ OQ займетъ положеніе OQ' и представитъ собой прямую, которая съ другой стороны перпендикуляра отдѣляетъ прямыя, пересѣкающія M'M, отъ непересѣкающихъ. Такимъ образомъ прямыя, расположенныя внутри вертикальныхъ угловъ QOQ' и ROR', встрѣчаютъ M'M—а прямыя, лежащія внутри угловъ R'OQ и ROQ', не встрѣчаютъ этой прямой.

Двѣ прямыя QR *и* Q'R', *проходящія черезъ точку* O *прямой* M'M *и отдѣляющія въ этой точкѣ прямолинейные лучи, которые встрѣчаютъ* M'M, *отъ лучей, которые ея не встрѣчаютъ, Лобачевскій называетъ параллельными прямой* M'M *въ точкѣ* O.

Уголъ POQ Лобаческій называетъ угломъ параллельности. Если этотъ уголъ равенъ $\frac{\pi}{2}$, то $\angle R'OQ = 2\angle NOQ$ обращается въ нуль. При этомъ обѣ параллели, а вмѣстѣ съ тѣмъ и всѣ прямыя, не встрѣчающія M'M, сливаются въ одну прямую N'N. Въ этомъ случаѣ мы приходимъ къ геометріи Евклида. Она представляетъ собой, слѣдовательно, частный случай системы Лобачевскаго—случай, соотвѣтствующій допущенію, что уголъ параллельности равенъ постоянной величинѣ $\frac{\pi}{2}$. Замѣтимъ при этомъ, что достаточно допустить такое совпаденіе для какой нибудь одной точки O и опредѣленной прямой M'M,—и оно будетъ имѣть мѣсто относительно всякой точки и всякой прямой. Въ самомъ дѣлѣ, при этихъ условіяхъ $\angle JON = \angle PJO$, ибо иначе прямая, составляющая въ O съ OJ уголъ, равный PJO, представляла бы собой второй лучъ, проходящій черезъ O и не пересѣкающій M'M. При такихъ условіяхъ имѣемъ:

$$\angle POJ + \angle PJO = \angle POJ + \angle JON = \frac{\pi}{2}.$$

Слѣдовательно, въ треугольникѣ POJ сумма угловъ равна π; а этого достаточно для обоснованія геометріи Евклида.

Относительно двухъ параллелей RQ и R'Q' Лобачевскій говоритъ, что первая параллельна данной прямой въ направленіи M'M, вторая—въ направленіи MM'. Поэтому, если прямой приписать опредѣленное направленіе въ ту или другую сторону*), то черезъ данную точку проходитъ только одна прямая, параллельная данной:

Dedekind въ своей статьѣ — „Stätigkeit und irrationale Zahlen.“ (Статья эта имѣетъ скоро появиться на страницахъ „Вѣстника“) Входить въ эти подробности мы считаемъ нецѣлесообразнымъ,—такъ какъ, съ одной стороны, Лобачевскій далекъ отъ такой строгости,—съ другой стороны, за этими деталями можетъ стушеваться основная идея.

*) Что мы и будемъ дѣлать во всемъ дальнѣйшемъ изложеніи и подъ прямой AB будемъ разумѣть прямую, направленную отъ A къ B.

Это будетъ прямая, отдѣляющая въ данной точкѣ пересѣкающія прямыя отъ непересѣкающихъ и составляющая съ перпендикуляромъ острый уголъ съ той стороны, въ которую направлена данная прямая.

Мы будемъ обозначать это знакомъ:

$$RQ \,||\, M'M \text{ и } R'Q' \,||\, MM'.$$

Замѣтимъ однако, что послѣднее опредѣленіе можно перефразировать такимъ образомъ:

Прямой параллельной данной называется прямая, отдѣляющая въ данной точкѣ пересѣкающіе лучи отъ непересѣкающихъ съ той стороны перпендикуляра, въ которую направлена данная прямая.

Мы утверждаемъ, что это опредѣленіе эквивалентно предыдущему потому, что прямая OQ неизбѣжно образуетъ съ перпендикуляромъ OP острый уголъ POQ, если она отдѣляетъ лучи, пересѣкающіе M'M отъ непересѣкающихъ такимъ образомъ, что всѣ прямыя, проходящія внутри угла POQ, встрѣчаютъ M'M. Въ самомъ дѣлѣ, этотъ уголъ не можетъ быть прямымъ, ибо тогда всѣ непересѣкающія прямыя свелись бы къ одной, и мы возвратились бы геометріи Евклида. Этотъ уголъ тѣмъ болѣе не можетъ быть тупымъ, ибо тогда между OQ и OP внутри этого угла проходила бы прямая перпендикулярная къ OP, которая не встрѣчала бы M'M,—что противорѣчитъ условію.

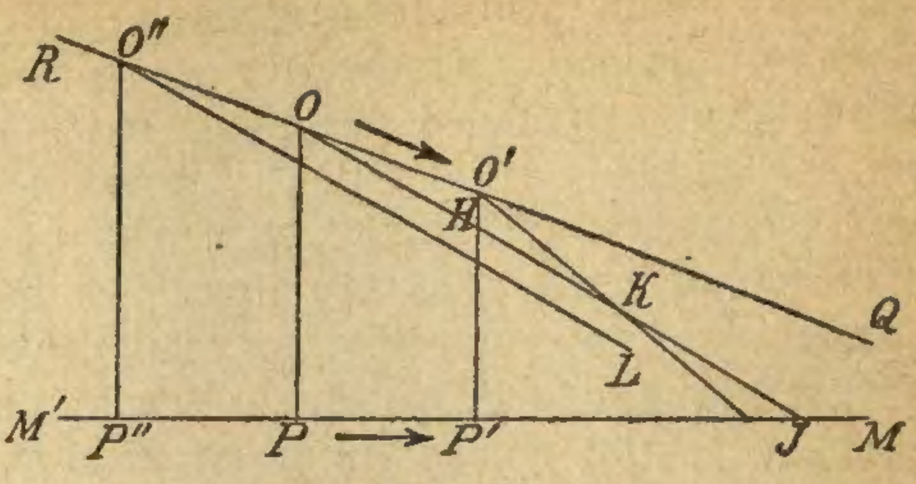
Такимъ образомъ опредѣленіе параллельныхъ прямыхъ у Лобачевскаго существенно отличается отъ опредѣленія Евклида. Помимо того различія, которое само собой выступаетъ въ предыдущихъ разсужденіяхъ, мы обратимъ вниманіе на два существенно важныхъ момента.

По Евклиду параллельными называются такія линіи, которыя не встрѣчаются, сколько бы мы ихъ ни продолжали. Въ этомъ опредѣленіи обѣ прямыя играютъ, во первыхъ, совершенно одинаковую роль. Во вторыхъ, совершенно одинаковое значеніе по отношеніи къ параллельности имѣютъ всѣ точки одной и другой прямой. Не то у Лобачевскаго. Прямая RQ, параллельная M'M, отдѣляетъ въ точкѣ O прямыя, встрѣчающія M'M, отъ невстрѣчающихъ; будетъ ли она производить то же отдѣленіе въ точкѣ O', т. е. будетъ ли всякая прямая, проходящая черезъ O' между O'Q и O'P' пересѣкать M'M,—этотъ вопросъ требуетъ изслѣдованія. Точно такъ же необходимо рѣшить, будетъ ли прямая M'M, въ свою очередь, въ одной или во всѣхъ своихъ точкахъ отдѣлять прямыя, пересѣкающія RQ отъ непересѣкающихъ; иными словами, будетъ ли параллельность двухъ линій свойствомъ взаимнымъ или нѣтъ.

Обнаружимъ прежде всего, что первый вопросъ рѣшается въ утвердительномъ смыслѣ.

Положимъ, что прямая RQ параллельна M'M (фиг. 59) въ точкѣ O. Возьмемъ сначала точку O' лежащую отъ O въ направленіи параллелизма и докажемъ, что всякая прямая O'K, проходящая внутри угла P'O'Q, пересѣкаетъ M'M. Для этого достаточно соединить произвольную точку K этой прямой съ точкой O. Прямая OK, будучи расположена внутри угла POQ пересѣчетъ прямую M'M въ нѣкоторой точкѣ J, ибо прямая OQ по условію отдѣляетъ въ точкѣ O прямыя, пересѣкающія отъ непересѣкающихъ. Но предварительно она пересѣчетъ сто-

рону O'P', ибо она входитъ внутрь четыреугольника OPP'O' и при выходѣ изъ него не имѣетъ возможности встрѣтить трехъ другихъ сторонъ. Въ виду этого прямая O'K, входя внутрь треугольника HP'J неизбѣжно пересѣчетъ его основаніе, т. е. прямую M'M.



Фиг. 59.

Такимъ образомъ прямая OQ не встрѣчаетъ прямой M'M и отдѣляетъ въ точкѣ O' прямыя, пересѣкающія M'M, отъ непересѣкающихъ и при томъ съ той же стороны перпендикуляра, съ которой она производитъ это отдѣленіе въ точкѣ O.

Слѣдовательно, она образуетъ съ перпендикуляромъ острый уголъ P'O'Q и параллельна прямой M'M въ точкѣ O'.

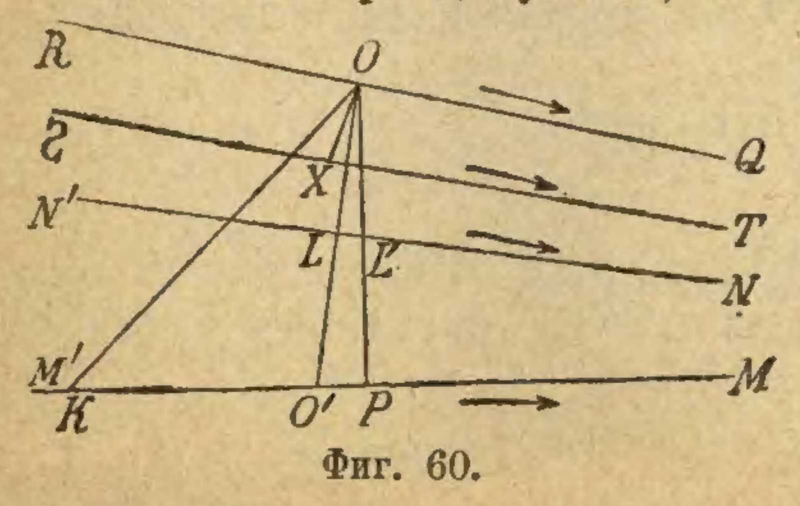
Предложеніе это доказывается еще проще для точки O", лежащей на RQ по другую сторону отъ O. Въ самомъ дѣлѣ, чтобы обнаружить, что всякая прямая O"L пересѣчетъ M'M, достаточно провести рямую OK подъ угломъ KOQ, равнымъ углу LO"Q. Тогда прямая O"L, входя внутрь четыреугольника P"O"OJ, не имѣетъ возможности встрѣтить прямыхъ P"O", O"O, OJ, а потому, выходя изъ замкнутаго контура, пересѣчетъ прямую P"J. Слѣдовательно, прямая RQ и въ точкѣ O" параллельна M'M*).

Обращаясь теперь къ доказательству второго предложенія, мы предпошлемъ ему слѣдующую лемму, которая будетъ намъ полезна во всемъ дальнѣйшемъ изложеніи.

Какъ бы ни были расположены двѣ прямыя на плоскости, мы всегда имѣемъ возможность черезъ любую точку одной изъ нихъ провести сѣкущую, которая составила бы равные внутренніе односторонніе углы съ обѣими прямыми.

Въ самомъ дѣлѣ, изъ точки O прямой RQ (фиг. 60) опустимъ перпендикуляръ OP на M'M и положимъ, что $\angle$ QOP острый; тогда онъ меньше внутренняго односторонняго съ нимъ угла OPM. Отложимъ на прямой PM' отрѣзокъ PK=OP; тогда $\angle$PKO=$\angle$KOP. Слѣдовательно $\angle$KOQ, будучи больше угла KOP, превышаетъ внутренній односторонній съ нимъ уголъ OKP. Слѣдовательно, при вращеніи прямой OP вокругъ точки O, она займетъ нѣкоторое промежуточное положеніе OO', при которомъ она составитъ съ обѣими прямыми равные внутренніе односторонніе углы QOO' и MO'O.

Если теперь допустить, что RQ параллельна M'M, то очевидно и M'M, въ свою очередь, параллельна RQ. Въ самомъ дѣлѣ, повернемъ плоскость другой стороной и произведемъ наложеніе такимъ образомъ, чтобы точка O' упала въ точку O и, наоборотъ, точка O въ точку O'; тогда прямая RQ совмѣстится съ M'M и, наоборотъ, прямая M'M съ RQ.



Фиг. 60.

Сѣкущая OO' играетъ важную

*) Доказательство это почти цѣликомъ заимствовано у Лобачевскаго.

роль въ геометріи Лобачевскаго. Мы будемъ называть ее *сѣкущей равнаго наклона.* Мы видимъ, что она образуетъ съ двумя параллелями острые углы со стороны параллельности, ибо уголъ OO'P меньше внѣшняго угла OPM. Изложенное доказательство обнаруживаетъ, что черезъ данную точку O можно провести только одну сѣкущую равнаго наклона къ даннымъ прямымъ RQ и M'M. Въ самомъ дѣлѣ: если прямая O'O отклоняется въ ту или другую сторону, то одинъ изъ двухъ внутреннихъ одностороннихъ угловъ возрастаетъ, а другой убываетъ; слѣдовательно, между ними не можетъ установиться равенство во второй разъ.

Замѣчательное свойство этихъ сѣкущихъ заключается въ томъ, что перпендикуляръ, возставленный изъ середины сѣкущей равнаго наклона двухъ параллелей, въ свою очередь, параллеленъ этимъ послѣднимъ*).

Во первыхъ, очевидно, что прямая RQ и M'M не могутъ встрѣтить перпендикуляра N'N, ибо, ввиду симметричнаго ихъ расположенія относительно этой прямой, онѣ встрѣтили бы ее въ общей точкѣ и такимъ образомъ пересѣклись бы другъ съ другомъ. Наоборотъ, всѣ прямыя, проходящія черезъ точку O между OL и OQ (или черезъ O' между O'M и O'L) пересѣкаютъ перпендикуляръ. Въ самомъ дѣлѣ, если сѣкущая проходитъ между OL и OL', то она входитъ въ треугольникъ OLL' и при выходѣ изъ него пересѣчетъ основаніе. Если же она проходитъ между OP и OQ, то она должна пересѣчь другую параллельную M'M, а слѣдовательно, должна перейти на другую сторону перпендикуляра. Поэтому прямыя OQ и O'M въ точкахъ O и O' отдѣляютъ лучи, пересѣкающіе N'N отъ непересѣкающихъ.

Впрочемъ, изложенное здѣсь доказательство охватываетъ болѣе общее предложеніе: всякая прямая ST, проходящая между двумя параллельными прямыми RQ и M'M и невстрѣчающая ихъ, параллельна имъ. Въ самомъ дѣлѣ, если перпендикуляръ OX проходитъ внутри угла POR, то мы докажемъ это положеніе, не измѣняя ни слова въ предыдущемъ доказательствѣ. Если же онъ пройдетъ внутри угла POQ, то доказательство будетъ еще проще въ томъ отношеніи, что первый случай можно будетъ опустить.

Отсюда непосредственно вытекаетъ, что двѣ прямыя, параллельныя третьей (конечно, въ одномъ и томъ же направленіи), параллельны между собой. Въ самомъ дѣлѣ, допустимъ сначала, что эта третья прямая лежитъ внѣ двухъ параллельныхъ ей прямыхъ, такъ что (фиг. 61).

$$AB || EF \text{ и } CD || EF.$$

Очевидно, AB не можетъ встрѣтить CD, ибо тогда изъ общей точки выходили двѣ прямыя, параллельныя EF въ одномъ и томъ же

*) Frischauf. Absolute Geometrie § 9.

направленіи. Слѣдовательно, CD проходитъ между AB и EF, не встрѣчая ни одной изъ нихъ; поэтому она параллельна обѣимъ, т. е. CD || AB. Если же намъ дано, что

AB || CD и EF || CD,

то мы проведемъ, чрезъ точку E прямую EH (на чертежѣ не нанесенную) параллельную AB. Тогда EH || AB и CD || AB. Слѣдовательно на основаніи разсмотрѣннаго нами случая прямая EH будетъ также параллельна CD и потому совпадетъ съ EF.

Фиг. 61.

В. Каганъ (Одесса).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ СКОРОСТИ ЗВУКА ВЪ ВОЗДУХѢ ПРИ ПОМОЩИ ЭХА.

Если въ одномъ концѣ длиннаго корридора произвести отрывистый звукъ, напр., ударить о стѣну или о столъ чѣмъ либо твердымъ, то черезъ нѣкоторое время для нашего уха звукъ повторится въ видѣ эха вслѣдствіе отраженія отъ стѣны на противоположномъ концѣ корридора.

Будемъ производить удары одинъ за другимъ по возможности равномѣрно и такъ, чтобы эхо отъ какого либо удара дѣлило промежутокъ времени между этимъ ударомъ и слѣдующимъ пополамъ.

Считая удары отъ одного и, напр., до 101, замѣтимъ по часамъ моменты перваго и 101-го удара для того, чтобы опредѣлить затѣмъ промежутокъ времени между первымъ и послѣднимъ ударами.

Положимъ, далѣе, что длина корридора отъ того мѣста, гдѣ производились удары, до того конца корридора, гдѣ звукъ испытывалъ отраженіе, равна l метрамъ.

Не трудно понять, что изъ полученныхъ данныхъ скорость звука можетъ быть вычислена по слѣдующей простой формулѣ:

$$v = \frac{2.2l.100}{t},$$

гдѣ l есть, какъ уже сказано, длина корридора, 100—число промежутковъ а t число секундъ между первымъ и послѣднимъ ударами.

Привожу численные результаты подобныхъ опредѣленій. Опытъ дѣлался 30 разъ; для t получались, какъ и слѣдовало ожидать, значенія различныя, а именно изъ 30 разъ

2	раза получилось	$t = 65$	сек.
4	„ „	$t = 66$	„
3	„ „	$t = 67$	„
8	„ „	$t = 68$	„

4	„	„	$t = 69$ сек.
6	„	„	$t = 70$ „
3	„	„	$t = 71$ „

Средняя величина изъ 30 опредѣленій оказалась: $t = 68{,}27$ сек. Длина корридора была 58,49 метра. Слѣдовательно:

$$v = \frac{4.58{,}49.100}{68{,}27} = 342{,}7 \text{ метра въ секунду.}$$

Результатъ вполнѣ удовлетворительный, если принять во вниманіе, что во время опытовъ въ корридорѣ средняя температура воздуха была 17,8° C.

При обыкновенномъ устройствѣ большинства нашихъ гимназій въ нихъ имѣются корридоры, достаточно длинные для того, чтобы можно было съ успѣхомъ опредѣлить скорость распространенія звука въ воздухѣ по описанному способу, и, думается, что подобныя опредѣленія будутъ не безполезны при прохожденіи съ учениками VII класса изъ курса физики отдѣла о звукѣ.

П. Елсаковъ (Екатеринбургъ).

КЪ ВОПРОСУ ОБЪ ЭКЗАМЕНАХЪ ПО МАТЕМАТИКѢ И ФИЗИКѢ.

Прежде чѣмъ приступить къ болѣе спеціальному вопросу, который я намѣренъ разсмотрѣть въ этой статьѣ, считаю необходимымъ высказать нѣсколько соображеній болѣе общаго характера о томъ, какую цѣль должно преслѣдовать преподаваніе математики и физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ.

На сколько намъ извѣстно, наиболѣе распространено мнѣніе, что эта цѣль, главнымъ образомъ, должна состоять въ развитіи и упражненіи мыслительныхъ способностей учениковъ. Знаніямъ, сообщаемымъ этими предметами, принято приписывать весьма небольшое значеніе въ виду того, что эти знанія, послѣ окончанія курса, забываются въ болѣе или менѣе продолжительное время. Такой взглядъ былъ даже высказанъ въ прошедшемъ году на страницахъ этого журнала*).

Конечно, нельзя оспаривать того, что развитіе мыслительныхъ способностей учениковъ есть главная цѣль преподаванія всѣхъ предметовъ вообще и что математическіе предметы играютъ въ этомъ отношеніи значительную, ничѣмъ не замѣнимую роль. Тѣмъ не менѣе, опредѣлять главнымъ образомъ этимъ развитіемъ цѣль, къ которой должны стремиться преподаватели математики и физики, было бы безплодно и

*) Статья „Нужны ли экзамены по математикѣ и физикѣ“ „Вѣстникъ Оп. Физ. и Эл. Мат.“ № 179, стр. 253.

даже вредно. Эта безплодность и вредъ заключались бы въ неопредѣленности цѣли.

Хотя и самый малограмотный человѣкъ понимаетъ приблизительное значенiе умственнаго развитiя, но никому еще до сихъ поръ не удавалось, и едва ли когда либо удастся, точно опредѣлить понятiе, которое выражаютъ эти слова. Причина этого очевидна: умственное развитiе понимается людьми настолько различно въ зависимости отъ ихъ спецiальности, отъ того, насколько они сами образованы, гдѣ и какъ протекла ихъ жизнь, въ тиши ли кабинета или на глазахъ у народа, въ городѣ или деревнѣ и т. д., что ихъ всѣхъ могла бы удовлетворить только такая формулировка этого понятiя, которая бы установила самыя общiя, отвлеченныя его стороны. Такое опредѣленiе, очевидно, не могло бы имѣть никакого практическаго значенiя. Въ виду важности только что высказаннаго положенiя и для болѣе рельефнаго представленiя нашей мысли, позволю себѣ дополнить ее примѣрами, взятыми прямо изъ жизни. Каждому изъ насъ случалось наблюдать, какъ весьма развитой и образованный человѣкъ производилъ очень невыгодное для себя впечатлѣнiе на людей другого круга или другой спецiальности. Учитель русскаго языка назоветъ безграмотнымъ свѣтскаго человѣка, сдѣлавшаго случайную ошибку въ орѳографiи; послѣднiй, наоборотъ, услышавъ какъ первый неправильно произнесъ одно французское слово, невольно отнесетъ его къ людямъ низшаго круга. Человѣкъ, получившiй основательное классическое образованiе, сочтетъ малообразованнымъ другого, который неправильно произнесъ русское слово латинскаго происхожденiя. Наоборотъ, тотъ же образованный классикъ покажется человѣкомъ крайне ограниченнымъ безграмотному мужику, выказавъ свое непониманiе нѣкоторыхъ простѣйшихъ законовъ механики, которые крестьянинъ съ малолѣтства ежедневно практически изучаетъ. Остроумный математикъ, столкнувшись случайно въ жизни съ купцомъ, можетъ иногда показаться послѣднему дѣтски наивнымъ и т. п.—Мы согласны, что сужденiя, которыя приведены, иногда представляютъ оцѣнку и другихъ сторонъ человѣка, кромѣ его умственнаго развитiя; но, во всякомъ случаѣ, онѣ въ значительной мѣрѣ являются и оцѣнкой послѣдняго. Спрашивается, какъ придумать опредѣленiе умственнаго развитiя, которое, не представляя общаго мѣста, въ одинаковой степени удовлетворило бы адвоката, филолога, математика, купца и т. д. На высказанное могутъ намъ возразить, что всѣ роды человѣческой дѣятельности отличаются только по внѣшнему своему виду, что сущность логическихъ процессовъ, происходящихъ въ умѣ каждаго человѣка, какою бы онъ спецiальностью ни занимался, одна и та же. Дѣйствительно, если бы окончательно формулировать сущность соображенiй, которыя дѣлаетъ каждый человѣкъ, то получились бы примѣры на приложенiе того или другого логическаго метода. Но окончательная формулировка умозаключенiя, не даетъ никакого понятiя о тѣхъ внутреннихъ, техническихъ процессахъ, которые были необходимы для того, чтобы его совершить. Эти техническiе процессы, безъ дѣятельнаго участiя которыхъ логическiя умозаключенiя немыслимы, захватываютъ самыя разнообразныя стороны человѣческой души. Въ дѣлѣ должны принять участiе различные роды памяти, воображенiе, впечатлительность, способность сосредоточиваться, наблюдательность, выдержка и т.

д. Быстрыя и правильныя умозаключенія, которыя прійдется дѣлать человѣку, избирающему какую нибудь спеціальность, неизбѣжно потребуютъ изощренія одной или нѣсколькихъ изъ указанныхъ душевныхъ сторонъ его. Которымъ изъ нихъ дать въ школѣ предпочтеніе, которыя изъ нихъ могутъ быть усовершенствованы школой, не притупляетъ ли она многихъ изъ нихъ,—все это вопросы, на которые нѣтъ пока опредѣленныхъ отвѣтовъ. Изъ всего сказаннаго заключаемъ, что поставить умственное развитіе какъ цѣль, къ которой долженъ стремиться преподаватель, значило бы ввести неопредѣленность въ ту область, гдѣ все должно быть ясно, точно и строго опредѣлено. Опасность отъ постановки такой неопредѣленной цѣли очевидна. Въ лучшемъ случаѣ, преподаватель будетъ пополнять ея пробѣлы собственными соображеніями, которыя могутъ не всегда выдерживать критику. Въ большинствѣ же случаевъ, не видя возможности руководствоваться неопредѣленной цѣлью, онъ станетъ къ дѣлу относиться механически, формально; будетъ заботиться только о томъ, чтобы тѣмъ или другимъ путемъ, большинство учениковъ его класса получило хорошія отмѣтки на испытаніи.

Какъ видитъ читатель, во всемъ сказанномъ нами находится большое противорѣчіе. Съ одной стороны, мы признаемъ, что умственное развитіе есть главная цѣль преподаванія математическихъ предметовъ,—съ другой же, мы доказываемъ, что это развитіе нельзя ставить какъ цѣль преподавателямъ этихъ предметовъ.

Это противорѣчіе кажущееся, что мы и постараемся обнаружить.

Опытъ многихъ столѣтій, трудъ цѣлыхъ поколѣній дѣятелей на почвѣ просвѣщенія, требованія, которыя жизнь послѣдовательно ставила школѣ, — все это привело ее къ тому виду, въ которомъ она въ настоящее время существуетъ. При этомъ вводилось преподаваніе однихъ предметовъ, устранялись или сокращались другіе; исправлялись старыя ошибки; правда, неоднократно, дѣлались при этомъ и новыя; тѣмъ не менѣе, при постоянномъ стремленіи улучшить школу, въ общемъ, долженъ былъ все таки совершиться прогрессъ. Въ результатѣ, создалась извѣстная группировка предметовъ и выработались извѣстные способы ихъ преподаванія, за которыми признано свойство наилучше сообщать ученикамъ ту степень умственнаго развитія, которая требуется въ данное время отъ образованнаго человѣка. Быть можетъ и въ программахъ школы и въ принятыхъ способахъ преподаванія есть еще много недостатковъ; тѣмъ не менѣе, на практикѣ, необходимо признать существующій типъ школы наилучшимъ и стараться только, чтобы предметы, означенные программой, были возможно лучше усвоены учениками.

Говорятъ, что самый геніальный человѣкъ не могъ бы выдумать паровую машину со всѣми тѣми усовершенствованіями, которыя въ ней сдѣланы до настоящаго времени; для это потребовались цѣлыя поколѣнія людей, трудъ ихъ мысли какъ будто доставлялъ соки, пользуясь которыми, выросла паровая машина, какъ органическое цѣлое, и достигла всего своего современнаго совершенства. На сколько же сложнѣе представляется организація школы, которая имѣетъ дѣло не съ паромъ и углемъ, но съ цѣлымъ поколѣніемъ людей; исправить ея недостатки можетъ только совокупный трудъ всего общества и дѣятелей на почвѣ

просвѣщенія. Было бы легкомысліемъ, если бы кто нибудь, замѣтивъ пробѣлъ въ развитіи учениковъ, являющійся слѣдствіемъ недостатка школьнаго строя, хотѣлъ бы своими личными усиліями пополнить этотъ пробѣлъ, выходя при этомъ за предѣлы своей ближайшей задачи. Каждый преподаватель долженъ имѣть только ту цѣль, чтобы предметъ, который онъ преподаетъ, былъ наилучше усвоенъ учениками; достигнувъ этого, онъ, вмѣстѣ со своими товарищами, преподавателями другихъ предметовъ, достигнетъ въ предѣлахъ возможнаго и главной цѣли школы, то есть наибольшаго умственнаго развитія учениковъ.

Мы видимъ, что все сводится къ наилучшему усвоенію предмета учениками, что это есть главная задача преподавателя. Поэтому мы должны высказаться, какъ слѣдуетъ понимать эти слова по отношенію къ математическимъ предметамъ. Но, прежде чѣмъ разсмотрѣть сказанное, я возвращусь къ практической пользѣ, которую можетъ доставить изученіе математики и физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Повторяемъ, что весьма распространено мнѣніе о незначительности этой пользы. Намъ кажется, что едва ли можно считать такой взглядъ вѣрнымъ; едва ли можетъ быть названо нормальнымъ такое явленіе, что предметы, изучаемые въ школѣ отъ семи до восьми лѣтъ, не даютъ никакихъ прочныхъ, практически примѣнимыхъ знаній,—и едва ли можетъ быть названо удовлетворяющимъ своей цѣли преподаваніе предмета, соотвѣтствующее этому явленію. Въ средніе вѣка люди, кончающіе школы, свободно объяснялись и писали на латинскомъ языкѣ; это знаніе имѣло тогда весьма большое практическое значеніе, такъ какъ латынь давала доступъ на высшія духовныя и свѣтскія должности. Непонятно, почему и теперь хоть важнѣйшіе предметы курса, не могутъ изучаться столь же основательно при способахъ преподаванія, которые должны же были сколько нибудь улучшиться черезъ шесть, семь столѣтій. Конечно, нельзя ожидать, чтобы кончившій гимназію лѣтъ десять тому назадъ и все это время не упражнявшійся въ математикѣ, не задумываясь, извлекъ квадратный корень изъ дроби, или рѣшилъ болѣе сложное квадратное уравненіе, какъ бы онъ хорошо ни изучилъ раньше математику. Но если этотъ человѣкъ, съ помощію руководства, безъ большого труда, не вспомнитъ любой отдѣлъ пройденнаго имъ раньше курса математики настолько, чтобы пользоваться имъ для практическихъ вычисленій, то можно утверждать, что курсъ былъ пройденъ имъ плохо. Среднее учебное заведеніе должно давать настолько прочныя знанія по математикѣ, чтобы они не легко забывались. При увеличивающемся числѣ точекъ соприкосновенія между различными отраслями человѣческаго знанія, науки, не имѣвшія раньше ничего общаго съ математикой, приходятъ все болѣе и болѣе къ необходимости пользоваться этимъ, столь совершеннымъ логическимъ орудіемъ. Нѣтъ рода дѣятельности, занимаясь которой, человѣкъ, не желающій отставать отъ своей спеціальности, не находилъ бы весьма полезными для себя прочныя знанія, хоть въ элементарной математикѣ.

Послѣ этого отступленія, которое намъ казалось необходимымъ предпослать, возвращаемся къ опредѣленію понятія объ усвоеніи предмета. Разберемъ этотъ вопросъ отдѣльно для каждаго изъ трехъ главныхъ математическихъ предметовъ, такъ какъ каждый изъ нихъ имѣетъ свои особенности.

Можно сказать, что ученикъ усвоилъ курсъ алгебры, если онъ вполнѣ ясно понимаетъ опредѣленія и свойства алгебраическихъ, логариѳмическихъ и показательныхъ функцій и всѣ дѣйствія, проистекающія изъ этихъ опредѣленій; затѣмъ, онъ долженъ обладать полнымъ умѣніемъ выражать алгебраически зависимость между величинами, встрѣчающимися въ любомъ вопросѣ, не переходящемъ за предѣлы элементарной математики, и имѣть достаточную сноровку въ отысканіи этихъ зависимостей на основаніи данныхъ условій вопроса. Кромѣ того, необходимо, чтобы онъ имѣлъ привычку къ алгебраическимъ передѣлкамъ и умѣлъ при этомъ сокращать себѣ работу, пользуясь формулами, встрѣчающимися въ различныхъ частяхъ алгебры. Все перечисленное можетъ и должно быть достигнуто ученикомъ въ году; конечно, для этого потребуется нѣкоторый трудъ, но трудъ равномѣрный, правильный, не надрывающій силъ ученика. Зато, если все сказанное имъ достигнуто, то приготовленіе къ экзамену не потребуетъ отъ него особыхъ усилій. Въ самомъ дѣлѣ, главная сущность знаній, которыя отъ него потребуютъ, состоитъ въ извѣстной сноровкѣ, которую онъ уже пріобрѣлъ, и въ знаніи нѣсколькихъ опредѣленій, которыя можно по пальцамъ перечесть. Учить къ экзамену формулы наизусть ему не прійдется, такъ какъ, примѣняя ихъ къ задачамъ, онъ ихъ невольно заучилъ ихъ въ году. Конечно, говоря это, мы предполагаемъ, что экзаменъ будетъ правильно поставленъ, то есть будетъ состоять въ повѣркѣ только того, усвоенъ ли курсъ учениками; на такомъ экзаменѣ не должны допускаться вопросы, служащіе испытаніемъ сообразительности или остроумія учениковъ и не должны предлагаться задачи, требующія новыхъ соображеній, сравнительно съ тѣми, которыя ученику приходилось дѣлать въ году. Каждый учитель знаетъ всю безцѣльность экзаменовъ, не удовлетворяющихъ этимъ условіямъ. Если ученики, по опыту и по школьному преданію, знаютъ, что на экзаменѣ ихъ спросятъ только то, что они проходили, и не будутъ имъ предлагать новыхъ задачъ, то ихъ страхъ передъ экзаменомъ на половину уменьшится.

Курсъ геометріи усвоенъ, если ученикъ помнитъ и понимаетъ всѣ геометрическія опредѣленія, формулировку теоремъ и ихъ послѣдовательность и можетъ осмыслить эту послѣдовательность, группируя теоремы, тѣснѣе связанныя другъ съ другомъ,—напримѣръ, теоремы объ измѣреніи угловъ, или объ измѣреніи площадей. Затѣмъ, онъ долженъ знать доказательства этихъ теоремъ при какомъ угодно положеніи фигуры и умѣть примѣнять пріемы, встрѣчающіеся въ этихъ доказательствахъ къ выводу самыхъ, сравнительно, легкихъ предложеній. Наконецъ, онъ долженъ знать всѣ пройденныя въ классѣ задачи на построеніе и долженъ рѣшить любую задачу на вычисленіе, если она прямо основана на теоремахъ, пройденныхъ въ году. Ни въ какомъ случаѣ не слѣдуетъ давать на экзаменахъ новыхъ задачъ на построеніе; почти каждая такая задача требуетъ самостоятельныхъ соображеній, къ которымъ человѣкъ не всегда одинаково способенъ, хотя бы онъ находился и въ спокойномъ состояніи духа. Въ доказательство этого, позволю себѣ привести одинъ фактъ изъ моей педагогической практики. Разъ, когда я приступалъ къ повторенію геометріи въ дополнительномъ классѣ реальнаго училища, ученики мнѣ заявили о своемъ рѣшеніи самостоятельно повторить курсъ и передѣлать всѣ задачи, находящіяся въ руководствѣ;

меня же просили, чтобы я съ ними на урокахъ дѣлалъ только новыя задачи, не находящіяся въ учебникѣ. Зная хорошо моихъ учениковъ, я согласился и пошла работа дружная, хорошая. Въ этотъ періодъ, неоднократно случалось, что ученикъ, рѣшившій въ одинъ урокъ безъ моихъ намековъ и указаній четыре довольно трудныя задачи на построеніе, въ слѣдующій урокъ, не смотря на всѣ свои усилія, не могъ рѣшить ни одной, тогда какъ его товарищи ихъ рѣшали. Затѣмъ тотъ же ученикъ вновь пріобрѣталъ свои способности. Если это могло случаться на урокѣ, когда ученики были въ совершенно спокойномъ состояніи духа, то насколько болѣе возможны такія временныя притупленія способностей, при экзаменнаціонномъ возбужденіи и тревогѣ! Какую цѣнность представляетъ выводъ экзаменнаціонной коммиссіи, если ученикъ не рѣшилъ предложенной ему новой задачи на построеніе, хотя бы она была и не трудная?

Изложенныя мною условія, при которыхъ курсъ геометріи можно считать усвоеннымъ, приводятъ къ заключенію, которое подобно соотвѣтствующему заключенію относительно курса алгебры,—то есть, что это усвоеніе можетъ быть сдѣлано только постепенно въ году, но, что если оно въ году достигнуто, то къ экзамену ученику прійдется не много работать. Ему нужно будетъ возобновить въ памяти послѣдовательность теоремъ, обдумать ея причины и повторить нѣкоторыя болѣе трудныя или искусственныя доказательства.

Курсъ физики усвоенъ, если ученикъ понимаетъ значеніе законовъ, излагаемыхъ въ курсѣ, знаетъ дедуктивный выводъ тѣхъ изъ нихъ, которые приводятся къ болѣе общимъ законамъ, и имѣетъ совершенно ясное представленіе объ опытахъ, на которыхъ основаны законы, выводящіеся въ курсѣ только индукціей. Кромѣ того, ученикъ долженъ умѣть рѣшать задачи, составляющія прямое приложеніе изученныхъ имъ законовъ, напримѣръ, опредѣленіе положенія изображенія предмета, когда лучи послѣдовательно отразятся отъ вогнутаго и плоскаго зеркала, или опредѣленіе тока при данномъ сопротивленіи цѣпи, данномъ числѣ извѣстныхъ элементовъ и опредѣленной ихъ группировкѣ. Наконецъ, онъ долженъ самостоятельно умѣть объяснить нѣкоторыя явленія внѣшняго міра на основаніи извѣстныхъ ему законовъ физики,—напримѣръ, долженъ дать точное объясненіе того, почему во время морозовъ воздухъ въ комнатахъ сухой. Послѣднее намъ кажется существенной стороной преподаванія физики, пріучающею учениковъ къ анализу окружающихъ явленій и къ тому, чтобы они смотрѣли на физику какъ на науку, которая приноситъ непосредственную пользу въ обыденной жизни. Для достиженія всего сказаннаго необходимо, чтобы тѣ законы, которые не выводятся дедукціей, были выведены на основаніи дѣйствительныхъ опытовъ, продѣланныхъ въ классѣ при изложеніи закона. Кромѣ того, необходимо, чтобы хотя нѣкоторые изъ нихъ были выведены учениками вполнѣ самостоятельно на основаніи опытовъ, которые передъ ними будетъ дѣлать учитель, предлагая имъ самимъ формулировать законъ,—напримѣръ, законъ Ампера относительно отклоненія магнитной стрѣлки токомъ. Такимъ образомъ ученики будутъ имѣть случай хотя нѣсколько ознакомиться практически съ физическими методами. Замѣтимъ, что тѣ законы, которые составляютъ прямое слѣдствіе другихъ, болѣе общихъ законовъ, слѣдуетъ выводить дедуктивно,

если только это допускаетъ математическая подготовка учениковъ; напримѣръ, выводъ правила о наименьшемъ углѣ отклоненія луча призмой можетъ быть легко полученъ, какъ слѣдствіе формулъ, которыя раньше доказываются для призмы. Такимъ образомъ сберегается время, столь дорогое при прохожденіи курса физики, и, что еще важнѣе, обнаруживается тѣсная зависимость между двумя законами: это служитъ къ уясненію обоихъ. Законы, которые не могутъ быть доказаны или выведены опытнымъ путемъ, или выводъ которыхъ по аналогіи съ другими выводами можетъ не представляться ученикамъ совершенно яснымъ, должны быть вовсе выброшены изъ курса; кромѣ того, никогда не слѣдуетъ говорить о какомъ нибудь законѣ раньше, чѣмъ получится возможность вывести его опытнымъ путемъ или доказать съ достаточной строгостію. Не соблюдая этихъ правилъ, мы даемъ голый фактическій матеріалъ, не имѣющій никакого образовательнаго значенія; или, пытаясь поверхностно объяснить сказанное, вводимъ въ умы учащихся смутныя, неопредѣленныя представленія, противъ которыхъ мы и должны, главнымъ образомъ, бороться. Смутныя представленія можно уподобить сорной травѣ, которая, быстро распространяясь, занимаетъ и тѣ области, гдѣ ее никто не сѣялъ. Если мы допустили, что ученикъ имѣетъ неясное представленіе объ одномъ вопросѣ, то, по естественной наклонности въ умственной лѣни, онъ прійдетъ ко взгляду, что это вообще допустимо, и не будетъ дѣлать усилій для уразумѣнія и тѣхъ вопросовъ, которые онъ можетъ вполнѣ себѣ выяснить.

Если курсъ физики пройденъ, какъ сказано, то ученикамъ для того, чтобы приготовиться къ экзамену, прійдется возобновить въ памяти устройство болѣе сложныхъ приборовъ и нѣкоторые математическіе выводы, напримѣръ, выводъ наиболѣе выгоднаго расположенія батареи. Все остальное не потребуетъ никакихъ почти усилій, представляясь ученикамъ совершенно яснымъ и понятнымъ. Даже числовыя данныя не потребуютъ усилій памяти, такъ какъ, пользуясь этими данными часто, при рѣшеніи задачъ, ученики къ концу года невольно знаютъ ихъ наизусть.

На основаніи всего изложеннаго, приходимъ къ выводу, что, по математическимъ предметамъ, ученикамъ приготовиться къ экзамену легче, чѣмъ по другимъ предметамъ курса среднихъ учебныхъ заведеній. Это, происходитъ, во первыхъ, потому, что сущность знанія первыхъ состоитъ преимущественно въ извѣстной привычкѣ къ логическимъ операціямъ, которая пріобрѣтается учениками постепенно въ году и, разъ пріобрѣтенная, не легко можетъ потеряться. Во вторыхъ, потому, что фактическій матеріалъ, который нужно помнить по этимъ предметамъ, представляетъ настолько стройное цѣлое, его части настолько органически связаны другъ съ другомъ, что процессъ запоминанія и воспроизведенія въ памяти различныхъ его частей требуетъ весьма небольшихъ усилій.

Такъ какъ главная причина, заставляющая протестовать противъ экзаменовъ, есть опасеніе переутомленія учениковъ, то, на основаніи вышесказаннаго, по отношенію къ математическимъ предметамъ, можно утвердительно сказать, что эти опасенія не имѣютъ достаточныхъ основаній.

Теперь естественно является вопросъ о томъ, нужны ли экзамены по этимъ предметамъ. Если они не приносятъ замѣтнаго вреда, со-

дѣйствуя переутомленію учениковъ. то все таки требуютъ значительной траты времени, которую лучше устранить, если прямая польза экзаменовъ не очевидна. Мы думаемъ, что экзамены по математическимъ предметамъ не только нужны, но необходимы, такъ какъ они представляютъ наилучшее средство заставить учениковъ свести въ одно цѣлое весь курсъ, который они изучали въ году по частямъ. Постараемся выяснить нашу мысль. Каждый педагогъ знаетъ по опыту, что нерѣдко необходимость удержать въ памяти массу фактовъ, находящихся въ учебникѣ, заставляетъ учениковъ связывать эти факты чѣмъ нибудь случайнымъ: представленіями о книгѣ, о мѣстѣ страницы, гдѣ находится данный фактъ. По нѣкоторымъ предметамъ составители учебниковъ даже нарочно располагаютъ данные факты въ извѣстномъ порядкѣ, даютъ имъ нѣкоторую форму, чтобы эта форма служила связью фактамъ и облегчала ихъ воспроизведеніе въ памати; напримѣръ, имена на is, masculini generis и т. д. Въ математическихъ предметахъ такою связью фактовъ являются не случайныя совпаденія, представляющія нерѣдко ненужный балластъ для памяти (какъ запоминаніе пятенъ на страницѣ учебника), но логическая послѣдовательность этихъ фактовъ, или ихъ зависимость отъ болѣе общихъ законовъ, что всего важнѣе ученикамъ себѣ выяснить и усвоить. По физикѣ, ученикъ только тогда уяснитъ себѣ вполнѣ важное значеніе основныхъ законовъ природы, когда увидитъ, какую пользу ему приноситъ знаніе этихъ законовъ, облегчая воспроизведеніе въ памяти фактовъ на экзаменѣ. Предположимъ, что ученикъ забылъ, сжимается ли или расширяется спиртъ, смѣшиваясь съ водою, но знаетъ, что эта смѣсь нагрѣвается, или, напримѣръ, забылъ въ какомъ направленіи будетъ идти токъ въ соленой водѣ, при приближеніи его къ сѣверному полюсу магнита; для того, чтобы вспомнить забытое, ему достаточно будетъ подумать о законѣ сохраненія энергіи или дѣйствія, равнаго противодѣйствію.

Готовясь къ экзамену по алгебрѣ, ученикъ, для своей чисто практической цѣли, будетъ въ своемъ представленіи соединять формулу квадрата и куба двучлена съ извлеченіемъ корней изъ алгебраическихъ выраженій, съ формулой бинома, паскалевымъ треугольникомъ, суммой ариѳметической прогрессіи и т. д.

По геометріи лучшее средство легко вспоминать теоремы и ихъ послѣдовательность, — это выяснить себѣ причины этой послѣдовательности; ученикъ этимъ не замедлитъ воспользоваться, готовясь къ экзамену. Все, что могло быть сказано преподавателемъ въ году относительно этого вопроса, выплыветъ наверхъ, будетъ оцѣнено ученикомъ по достоинству и останется навсегда его достояніемъ.

Человѣкъ, изучавшій хоть разъ въ жизни что либо самостоятельно, знаетъ, какъ важно, познакомившись уже съ отдѣльными частями какого нибудь изслѣдованія, возобновить его въ памяти во всей его цѣлости. Только тогда, когда совершенъ этотъ трудъ, иногда не легкій, пріобрѣтается увѣренность въ сколько нибудь основательномъ знаніи изучаемаго вопроса. Молодежь, имѣя еще слабо выработанную волю, естественно нуждается во внѣшнемъ стимулѣ, который бы ее заставилъ продѣлать подобный трудъ по отношенію къ предметамъ, пройденнымъ въ году; этимъ стимуломъ и являются экзамены. Въ этомъ отношеніи

польза экзаменовъ очевидна и спору можетъ подлежать только та или другая ихъ форма.

Высказавъ нашъ взглядъ на значеніе экзаменовъ по математическимъ предметамъ, скажемъ еще нѣсколько словъ о значеніи, которое слѣдуетъ давать экзаменной отмѣткѣ сравнительно съ годичною и четвертными отмѣтками, которыя нерѣдко представляютъ съ первой два воюющіе лагеря.

Не каждый ученикъ, занимавшійся успѣшно въ году, будетъ столь же хорошо держать экзаменъ по тому же предмету. Для послѣдняго, какъ выше было сказано, требуется свести въ одно цѣлое довольно значительную массу фактовъ, что предполагаетъ нѣкоторую способность къ систематизаціи и къ обобщенію, къ чему не всѣ люди въ одинаковой мѣрѣ способны. Мнѣ не рѣдко случалось наблюдать людей остроумныхъ и обладающихъ значительною сообразительностью и при этомъ лишенныхъ способности привести въ порядокъ сколько нибудь большое число фактовъ и, наоборотъ, случаются люди, на первый взглядъ мало сообразительные, но обладающіе большою способностью къ отвлеченному мышленію. На основаніи сказаннаго экзаменная отмѣтка имѣетъ свое самостоятельное значеніе при опредѣленіи знаній и способностей ученика, почему она не должна стоять ниже четвертныхъ отмѣтокъ. Тѣмъ не менѣе, было бы непослѣдовательно давать этой отмѣткѣ значеніе, равносильное годовой, такъ какъ послѣдняя основана на значительно большемъ числѣ данныхъ.

Р. В. Пржишиховскій (Елисаветградъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Перегонка металловъ подъ очень низкими давленіями. Перегоняя различныя органическія вещества при низкихъ давленіяхъ, Кальбаумъ вывелъ заключеніе, что пониженіе точки кипѣнія въ зависимости отъ давленія тѣмъ больше, чѣмъ выше температура кипѣнія при нормальномъ давленіи. Такимъ образомъ пониженіе это должно быть особенно значительнымъ для металловъ, температура кипѣнія которыхъ вообще высока. Дѣйствительно, Кальбауму удалось перегонять въ стеклянныхъ сосудахъ калій, натрій, селенъ, теллуръ, кадмій, магній, висмутъ и талій при давленіяхъ отъ 0,002 mm до 0,00004 mm ртутнаго столба. Такая перегонка въ значительной степени очищаетъ металлы: такъ, однократная перегонка самаго чистаго продажнаго теллура очистила его до такой степени, что изъ спектра его исчезли 35 фраунгоферовыхъ линій. (Ж. Р. Ф. Х. О.). *В. Г.*

Новая комета. Профессоромъ Denning'омъ (Бристоль) 26 марта (нов. ст.) открыта блѣдная комета между созвѣздіями Большого Льва и Малаго. *И. Б—о* (Цюрихъ).

Вліяніе низкихъ температуръ на свойства матеріи. Dolbear въ ж. Cosmopolitan указываетъ на поразительное вліяніе низкихъ темпе-

ратуръ на физическія свойства матеріи. Химическая энергія понижается вмѣстѣ съ температурой, напр. фосфоръ и кислородъ, столь дѣятельно вступающіе въ соединеніе при обыкновенной температурѣ, становятся все болѣе инертными при пониженіи температуры и теряютъ способность соединяться при—200°*). Съ другой стороны магнитныя и электрическія свойства при пониженіи температуры возрастаютъ. Кислородъ, слабо магнитный при обыкновенныхъ условіяхъ, становится сильно магнитнымъ при—200°. Мѣдь при—100° становится въ десять разъ лучшимъ проводникомъ, чѣмъ при 0°. На этомъ основаніи, если-бъ мѣдные проводники окружить оболочкой, внутри которой поддерживалась бы очень низкая температура, то можно было-бы, благодаря увеличенію проводимости, сократить размѣры проводниковъ.

К. Смоличъ (Умань).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Заимствуемъ изъ доставленнаго намъ второго отчета Распорядительнаго Комитета, организованнаго Казанскимъ Физико-Математическимъ Обществомъ для составленія фонда имени Н. И. Лобачевскаго, слѣдующія свѣдѣнія о ходѣ подписки. Со времени юбилея, т. е. съ 22 октября прошлаго года, подписка значительно оживилась и съ 22-го окт. по 10-е февр. 1894 г. всего пожертвовано 4046 р. 83½ к., тогда какъ съ 10-го февр. по 22-е окт. 1893 года въ фондъ поступило всего лишь 3039 р. 55 к. Всего, такимъ образомъ, пока собрано 7086 р. 38½ к., а за вычетомъ расходовъ (печатаніе и разсылка приглашеній, возобновленіе могильнаго памятника), часть которыхъ (50 р.) Физико-Математическое Общество приняло на свой счетъ, въ фондѣ Лобачевскаго остается 6891 р. 28½ к. Къ 22 окт. 1894 года предполагается напечатать полный списокъ лицъ, принимавшихъ участіе въ составленіи капитала имени Лобачевскаго.

Смитсоніановскій Институтъ въ Вашингтонѣ назначилъ 500 долларовъ профессорамъ O. Lummer'у и E. Pringsheim'у въ Берлинѣ за точныя изслѣдованія охлажденія газовъ при ихъ расширеніи и 1000 долларовъ I. S. Billings'у въ Вашингтонѣ и W. Mitchell'ю въ Филадельфіи за изслѣдованія особыхъ органическихъ веществъ, содержащихся въ выдыхаемомъ человѣкомъ воздухѣ.

Henry Tompson пожертвовалъ 5000 фунтовъ стерлинговъ для покупки новаго телескопа въ гринвичскую обсерваторію. Приборъ этотъ предназначается для фотографическихъ цѣлей.

Директоромъ цюрихской обсерваторіи назначенъ Dr. Alfred Wolter.

*) См. также «Вѣстникъ Оп. Физики», № 169, стр. 17.

Международный метеорологическій комитетъ соберется 20-го августа сего года въ Упсалѣ.

12 мая сего года состоится **двадцатипятилѣтній юбилей Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ.**

Умерли: въ Ганноверѣ 28 февраля проф. математики Theodor Wittstein 78-и лѣтъ, въ Юрьевѣ 15 марта химикъ проф. Карлъ Шмидтъ 72-хъ лѣтъ, въ Мадридѣ проф. химіи Laurens Colderon, въ Гейдельбергѣ проф. химіи Friedrich W. H. Delffs 82-хъ лѣтъ.

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ.

Русское химическое общество. XXV (1868—1893). Отдѣленіе химіи Русскаго Физико-Химическаго Общества. Отчетъ объ экстренномъ общемъ собраніи Русскаго Физико-Химическаго Общества 6 ноября 1893 г. Спб. 1894.

Отчетъ мѣстнаго Распорядительнаго Комитета, организованнаго Физико-Математическимъ Обществомъ для составленія капитала имени Н. И. Лобачевскаго. № 2. (За время съ 10 февраля 1893 по 10 февраля 1894 г.). Казань. 1894.

Прямолинейная тригонометрія. Составилъ *Н. Рыбкинъ*, преподаватель Лазаревскаго Института восточныхъ языковъ и частнаго реальнаго училища К. К. Мазинга. Выпускъ первый, содержащій курсъ гимназій. Изданіе магазина „Сотрудникъ школъ“ А. К. Залѣсской. Москва. 1894. Ц. 60 к.

Примѣненіе ряда по функціямъ $(n+1-x)$ **къ выводу одного числового соотношенія.** *А. П. Минина.* (Отд. отт. изъ VI тома Трудовъ Отдѣленія Физическихъ Наукъ Императорскаго Общества Любителей Естествознанія). Москва 1893.

О числахъ, дѣлящихся на число своихъ дѣлителей. *А. П. Минина.* Изд. Московск. Математ. Общества (Математ. Сборникъ, т. XVII). Москва. 1893.

О числахъ, для которыхъ число дѣлителей равно числу чиселъ первыхъ съ ними и меньшихъ ихъ. *А. П. Минина.* Изд. Московск. Математ. Общества (Математ. Сборникъ, т. XVII). Москва. 1894.

Термодинамика и электричество. По поводу изслѣдованій кн. Б. Голицына по математической физикѣ. *П. А. Некрасова.* (Изъ „Ученыхъ Записокъ“ Имп. Моск. Университета). Москва. 1894.

ЗАДАЧИ.

№ 50. Въ данный секторъ вписать прямоугольникъ даннаго периметра такъ, чтобы двѣ его вершины лежали на дугѣ.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 51. Построить треугольникъ ABC, когда данъ треугольникъ $A_1B_1C_1$, образованный касательными, проведенными къ внутреннему вписанному въ треугольникъ ABC кругу въ точкахъ пересѣченія его съ биссекторами угловъ треугольника ABC.

В. Ахматовъ (Тула).

№ 52. Показать, что если изъ ортоцентра треугольника ABC опустить перпендикуляры на внѣшній и внутренній биссекторы угла A, то прямая, соединяющая основанія этихъ перпендикуляровъ, раздѣлитъ сторону BC пополамъ.

(Заимств.) *Д. Е.* (Ив.-Вознес.).

№ 53. Въ сборникѣ тригонометрическихъ задачъ г. Кліоновскаго (Варшава, 1893 г.) подъ № 194 помѣщена вмѣстѣ съ отвѣтомъ слѣдующая задача:

„n равныхъ конусовъ, касающихся другъ друга, имѣютъ общую вершину въ центрѣ шара, радіусъ котораго R, а точки взаимнаго касанія окружностей основаній этихъ конусовъ расположены на одной и той-же окружности малаго круга шара, имѣющей то свойство, что радіусъ этой окружности съ радіусомъ шара, проведеннымъ къ той-же ея точкѣ, составляютъ между собою уголъ α. Опредѣлить боковую поверхность одного изъ такихъ конусовъ и найти наибольшій уголъ между его образующими.

Отв. $1)\pi R^2 \mathrm{cs}\alpha \mathrm{sn}\,\frac{180^0}{n}$; $2)\ \mathrm{sn} z = \mathrm{cs}\alpha .\ \mathrm{sn}\,\frac{180^0}{n}$.

Отвѣтъ этотъ невѣренъ. Указать, отъ чего произошла ошибка, и найти вѣрный отвѣтъ.

Р. Хмѣлевскій (Полтава).

№ 54. *Задача по практической геометріи.*—Провести чрезъ данную точку линію, параллельно недоступной прямой.

NB. **При рѣшеніи этой задачи можно пользоваться лишь цѣпью и кольями.**

Н. С. (Тифлисъ).

№ 55. Тяжелый прутъ, составляющій уголъ α съ горизонтомъ, упирается однимъ изъ своихъ концовъ въ точкѣ O (фиг. 62), вокругъ которой онъ можетъ свободно вращаться. Другой его конецъ поддерживается шнуркомъ AB, прикрѣпленнымъ въ точкѣ B, расположенной на одной вертикали съ точкой O. Называя OB черезъ h, длину OA прута черезъ l, а вѣсъ его черезъ P, вычислить силу, натягивающую веревку.

Фиг. 62.

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

№ 9. Изъ вертикально поставленной пушки вылетаетъ ядро, вѣсомъ въ одинъ килограммъ. Пороховые газы дѣйствуютъ всего на разстояніи одного метра. Такъ какъ на всемъ остальномъ пути ядра дѣй-

ствіе газовъ равно нулю, то они, слѣдовательно, подняли одинъ килограммъ на высоту одного метра, т. е. совершили работу всего въ одинъ килограммометръ.—Неужели ихъ работа столь мала?

Требуется ясное изложеніе вопроса.

Проф. *О. Хвольсонъ* (Спб.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 569 (2 сер.). Рѣшить неравенство

$$(1.2.3....b)^a > (1.2.3.....a)^b$$

относительно b.

Логариѳмируя обѣ части неравенства, получаемъ

$$a\lg(1.2.3....b) > b\lg(1.2.3.....a),$$

или

$$\frac{\lg 1+\lg 2+\lg 3+....+\lg b}{b} > \frac{\lg 1+\lg 2+\lg 3+.....+\lg a}{a};$$

откуда очевидно $b>a$.

А. Варенцовъ (Рост. н. Д.).

NB. Задача рѣшается также легко, если извлечь корень степени ab изъ обѣихъ частей неравенства. Тогда получимъ

$$\sqrt[b]{1.2.3....b} > \sqrt[a]{1.2.3...a},$$

откуда $b>a$.

№ 589 (2 сер.). Сумма квадратовъ первыхъ трехъ членовъ геометрической прогрессіи $=1029$. Найти пятый членъ этой прогрессіи, не прибѣгая къ рѣшенію уравненій.

Такъ какъ

$$a^2+a^2q^2+a^2q^4=a^2(1+q^2+q^4)=1029=7^2.21,$$

то $a=7$ и

$$1+q^2+q^4=21;\ q^2(1+q^2)=20=2^2.5,$$

откуда $q=2$. Поэтому $aq^4=7.2^4=112$.

Г. Легошинъ (с. Знаменка); *П. Ивановъ* (Одесса); *К. Щиголевъ* (Курскъ).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *И. Ходановича* (Кіевъ) № 37, (3 сер.); *П. Бѣлова* (с. Знаменка) № 584 (2 сер.); *Л. Камышева* (Тула) №№ 22, 25, 27, 28 (3 сер.) и № 6 (Мал. вопр.); *Чагана* (Уральскъ) № 30 (3 сер.); *С. Адамовича* (с. Спасское) № 290, 381 (2 сер.); *А. Варенцова* (Ростовъ н.-Д). №№ 560, 569 (2 сер.), и 19, 23, 28, 30, 31 (3 сер.); *С. Копровскаго* (с. Дяткевичи) №№ 8, 9, 12, 15, 16, 22, 25, 28, 30, 34, 36 (3 сер.); *І. Черноморцева* № 7 (3 сер.); *К.* и *Ѳ.* (Тамбовъ) №№ 33, 34, 35, 37 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) №№ 27, 28, 34 (3 сер.).

ПОПРАВКА. Въ № 7 „Вѣстника Оп. Физики", въ подстрочномъ примѣчаніи къ стр. 151 вмѣсто $S=\pi-(A+B+C)$ и $S=\frac{1}{2}(\pi-A-B-C)$ слѣдуетъ читать $S=(A+B+C)-\pi$ и $S=\frac{1}{2}(A+B+C-\pi)$.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 12-го Апрѣля 1894 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

Объявленія принимаются:

Разовыя за 1 стр. . . . . 10 руб.
„ „ 1/2 „ . . . . 6 „
Годовыя со всякаго срока:
На обложкѣ за 1 стр. . . . . 50 „
Впереди текста за 1/2 стр. . . . . 20 „
„ „ „ 1 „ . . . . 35 „
„ „ „ 2 „ . . . . 50 „
Вкладныя за 1.000 шт. (до 1 л. вѣса) . . . . . . 10 „

Подписка принимается въ редакціи: С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2 и у книгопродавцевъ. Гг. иногородніе благоволятъ обращаться преимущественно въ редакцію.

„Записки“ И. Р. Техническаго Общества за прежніе года можно пріобрѣсть въ Редакціи. Съ 1867—1889 годъ — 4 руб. за годъ и 1 руб. за отдѣльный выпускъ, за 1890—93 г. 8 руб. за годъ и 2 руб. за отдѣльный выпускъ. При пріобрѣтеніи „Записокъ“ за 19 лѣтъ цѣна въ сложности опредѣлена въ 70 руб. съ доставкой и пересылкой, а для школьныхъ, общественныхъ и частныхъ библіотекъ, согласно постановленія Совѣта И. Р. Т. О.—40 р. За года 1868, 1884, 1885 и 1888 „Записки“ всѣ разошлись.

Спеціальный редакторъ **А. Васильевъ.**

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ г.г. рѣшающихъ и предлагающихъ задачи присылать рѣшенія напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ задачъ на отдѣльныхъ листкахъ, **не соединяя ихъ съ предлагаемыми для рѣшенія задачами.** Лица, предлагающія задачи, приглашаются присылать вмѣстѣ и краткія ихъ рѣшенія.

Редакція „Вѣстника Оп. Физики“ проситъ своихъ сотрудниковъ дѣлать чертежи къ статьямъ возможно тщательно **на отдѣльныхъ бумажкахъ**, а не въ текстѣ рукописи и отмѣчать желаемое число отдѣльныхъ оттисковъ **на самой статьѣ.**

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Ермаковъ, Е. П. Записки химіи, составленныя по лекціямъ, читаннымъ въ младшемъ классѣ николаевскаго кавалерійскаго училища Н. П. Поповымъ и А. И. Козловскимъ Спб. 1894.

Краткій обзоръ дѣятельности педагогическаго музея военно-учебныхъ заведеній за 1892—93 г. (23-й обзоръ). Дѣятельность отдѣловъ учебно-воспитательнаго комитета математическаго и физическаго. Спб. 1894. Ц. 30 к.

Черновъ, Д. К. О наступленіи возможности механическаго воздухоплаванія безъ помощи баллона. Докладъ по VII отдѣлу Имп. русскаго техническаго общества въ засѣданіяхъ 17-го и 23-го декабря 1893 г. Спб. 1894.

Сорокинъ, Н. Рѣшеніе уравненій второй степени съ простымъ модулемъ. Изслѣдованіе. Кіевъ. 1893.

Гончаровъ, Д. Курсъ астрономіи для учениковъ мореходныхъ классовъ. Изд. мореходныхъ классовъ с.-петербургскаго рѣчного яхтъ-клуба. Спб. 1894. Ц. 2 р.

Ивановъ, Леонидъ. Рѣшеніе задачъ алгебры. Изданіе, вновь обработанное, книжн. магазина В. Думнова. Съ чертежами, гравированными Рихау. Москва. 1894. Ц. 1 р. 25 коп.

Изслѣдованія надъ почвенными (грунтовыми) водами (Отд. отт. изъ „Метеорологическаго Вѣстника“ 1893 г.). Спб.

Пламеневскій, И. Жизнь и ученые труды Н. И. Лобачевскаго. Рѣчь, читанная на торжественномъ собраніи въ тифлисской 3-й гимназіи, устроенномъ 28 ноября 1893 года въ память великаго русскаго геометра. Тифлисъ. 1894.

Радіоновъ, горн. инж. Практическая школа обработки матерьяловъ. Изученіе кузнечнаго, слесарнаго, паяльнаго, плавильнаго, лудильнаго и др. искусствъ. Съ приложеніемъ полнаго наставленія для практики гальванопластики, бронзированія, золоченія, серебренія и эмалированія металловъ по новѣйшимъ способамъ, усовершенствованнымъ согласно современнымъ требованіямъ. Съ пояснительными политипажами. Изд. книгопр. С. Леухина. Москва. 1894.

Агаповъ, Д. В. Рѣшеніе нѣкоторыхъ геометрическихъ задачъ помощью теоремы Агапова: во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ произведеніе катетовъ равно произведенію полупериметра его на разность между суммою катетовъ и гипотенузы. Оренбургъ. 1894. Ц. 35 к.

Анго, А., проф. Физика въ объемѣ курса среднихъ учебныхъ заведеній. I (Предварительныя понятія. Тяжесть. Теплота. Звукъ. Приложенія). Переводъ со 2-го французскаго изданія, съ дополненіями и примѣчаніями. Н. И. Мамонтова. Москва. 1894.

Бычковъ, Ѳ. Сборникъ примѣровъ и задачъ, относящихся къ курсу элементарной алгебры. Изд. 13-е (исправленное). Спб. 1894. Ц. 1 р. 35 к.

Васильевъ, А., проф. Николай Ивановичъ Лобачевскій. Рѣчь, произнесенная въ торжественномъ собраніи Имп. казанскаго университета 22-го октября 1893 г. Казань. 1894.

Зелинскій, Н. Д., экстраорд. проф. Научное значеніе химическихъ работъ Пастера. Вступительная лекція, читанная въ Имп. московск. университетѣ 12-го октября 1893 г. Москва. 1894.

Износковъ, И. О. О дѣятельности Н. И. Лобачевскаго въ казанскомъ экономическомъ обществѣ. Казань.

Коломнинъ, В. Книга вычисленія процентовъ и учета ихъ. Назначена къ руководству для служащихъ при банкахъ, банкирскихъ конторахъ, торговыхъ домахъ и другихъ торгово-коммерческихъ учрежденіяхъ. Съ приложеніемъ таблицъ сравнительной стоимости русской монеты съ иностранными деньгами и иностранныхъ денегъ съ русской монетой. Исправилъ и дополнилъ отъ 7% до 10% Земскій. Изд. 4-е, исправл. и дополненное, книгопр. Земскаго. Москва. 1894. Ц. 3 р.

Лаландъ. Таблицы логариѳмовъ чиселъ и тригонометрическихъ величинъ. Съ предисловіемъ А. Ѳ. Малинина. Изд. книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 85 к.

Лугининъ, В. Ф. Описанія различныхъ методовъ опредѣленія теплотъ горѣнія органическихъ соединеній. Москва 1894.

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

С. Петрашкевичу (Скопинъ).—Составленныя Вами задачи, конечно, можете присылать. Онѣ должны быть четко написаны и къ нимъ должны быть приложены краткія ихъ рѣшенія.

С. Адамовичу (с. Спасское).—Если Вамъ извѣстенъ выводъ формулы, которую Вы даете въ Вашей статейкѣ объ опредѣленіи дня недѣли, то не откажите его сообщить; этимъ избавите насъ отъ лишней работы.